SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MEC / SETEC

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Sul-rio-grandense

DES
Departamento de Seleção

CIDADES DE CHARQUEADAS E SANTANA DO LIVRAMENTO

INSTRUÇÕES GERAIS

1 - Este caderno de prova é constituído por 40 (quarenta) questões objetivas.

2 - A prova terá duração máxima de 04 (quatro) horas.

3 - Para cada questão, são apresentadas 04 (quatro) alternativas (a – b – c – d). **APENAS UMA delas** responde de maneira correta ao enunciado.

4 - Após conferir os dados, contidos no campo Identificação do Candidato no Cartão de Resposta, assine no espaço indicado.

5 - Marque, com caneta esferográfica azul ou preta de ponta grossa, conforme exemplo abaixo, no Cartão de Resposta – único documento válido para correção eletrônica.

(a) ● (c) (d)

6 - Em hipótese alguma, haverá substituição do Cartão de Resposta.

7 - Não deixe nenhuma questão sem resposta.

8 - O preenchimento do Cartão de Resposta deverá ser feito dentro do tempo previsto para esta prova, ou seja, 04 (quatro) horas.

9 - Serão anuladas as questões que tiverem mais de uma alternativa marcada, emendas e/ou rasuras.

10 - O candidato só poderá retirar-se da sala de prova após transcorrida 01 (uma) hora do seu início.

BOA PROVA!

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

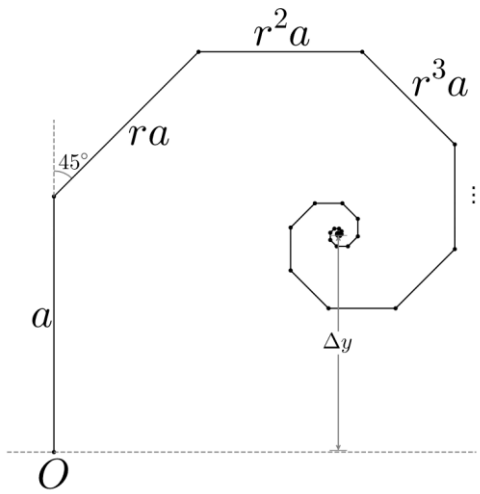
1. A parábola determinada pela função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, tem vértice de coordenadas $V(2, -1)$.

Sabendo que o ponto de coordenadas $(3, 1)$ pertence ao gráfico dessa função, qual o valor da soma $a + b + c$?

a) -3
b) -1
c) 1
d) 3

2. Alice parte da origem O e segue em linha reta por uma distância de a dada em quilômetros (km). Ao chegar ao final desse percurso, ela vira em um ângulo de $45°$ no sentido horário e anda por mais ra km. Sempre que ela chega ao final de um percurso, ela novamente vira em $45°$ no sentido horário, e o novo percurso terá comprimento r vezes o último percurso.

A linha poligonal simples na figura abaixo ilustra o passeio de Alice.



Se Alice mantiver infinitamente esse comportamento, teremos que os comprimentos dos percursos percorridos formam uma progressão geométrica infinita de razão r e termo inicial a. Considerando o problema como ilustrado na figura acima, chamaremos a medida Δy de deslocamento vertical.

Sob as condições descritas acima e considerando que $a = 1$ km e $r = \frac{1}{2}$, qual é o valor do deslocamento vertical?

a) 1 km
b) $\frac{16+3\sqrt{2}}{17}$ km
c) 2 km
d) $\frac{32+6\sqrt{2}}{17}$ km

3. Analise a expressão abaixo.

$$\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^7$$

Qual é o valor do coeficiente do termo que acompanha x expandindo a expressão?

a) -280
b) -4
c) 35
d) 560

4. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$ o polinômio de segundo grau que, dividido por $x + 1$, $x - 1$ e $x - 3$, apresenta resto 8, 2, 52, respectivamente.

Nessas condições, qual é o valor de $a + b + c$?

a) -8
b) -2
c) 2
d) 8

5. Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{2\times 2}$ e $B = (b_{ij})_{2\times 2}$, sendo $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j & \text{se } i < j \\ j^2 + 2 & \text{se } i \geq j \end{cases}$ e $b_{ij} = \begin{cases} i^2 - 2j & \text{se } i \leq j \\ i^2 - j^3 & \text{se } i > j \end{cases}$, considere as afirmativas abaixo:

I. O produto da matriz $M = [2 \quad 1]$ pela matriz A é a matriz $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 12 & 8 \end{bmatrix}$.

II. A soma da matriz A com a transposta de B é a matriz $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$.

III. A matriz $M = \begin{bmatrix} -3 & -a \\ -b & -8 \end{bmatrix}$ é oposta da matriz A se $a = 0$ e $b = 5$.

IV. A soma dos termos da matriz $A \cdot B$ tais que $i \leq j$ é igual a 1.

V. A matriz inversa da matriz B é $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$.

Estão corretas apenas as afirmativas

a) I, II e III.
b) I, II e IV.
c) II, III e V.
d) III, IV e V.

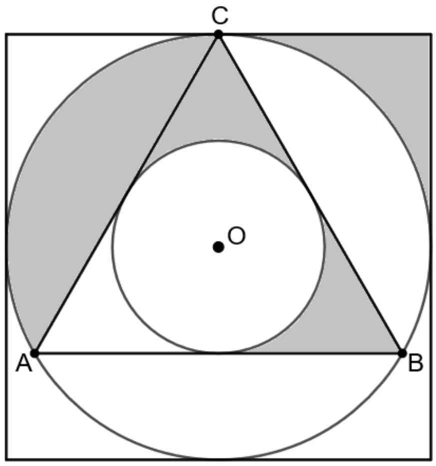
6. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 & x \end{bmatrix}$.

Qual é o valor de x para que o determinante de A seja igual a zero?

a) -2
b) -1
c) 1
d) 2

7. Na figura ao lado, é apresentado o triângulo equilátero ABC e suas circunferências inscrita e circunscrita. Tangenciando a circunferência externa ao triângulo, tem-se o quadrado de lado 10 cm.

De acordo com as informações e a figura ao lado, qual é a área da região sombreada?



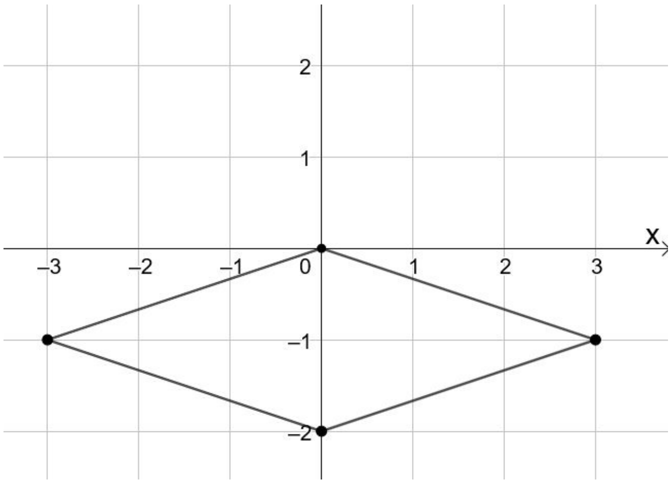
a) $\dfrac{25}{12}(12+3\sqrt{3}-\pi)$

b) $\dfrac{25}{12}(12+12\sqrt{3}-\pi)$

c) $\dfrac{25}{4}(16-\pi)$

d) $\dfrac{25}{4}(16-3\pi)$

8. O losango abaixo, de vértices (0, 0), (-3, -1), (0, -2), (3, -1), gira uma volta completa no eixo x, gerando um sólido de revolução.



Conforme a figura acima, quais são os valores da área da superfície (A) e do volume do sólido formado (V), respectivamente?

a) $A = 8\sqrt{10}\pi$ e $V = 12\pi$

b) $A = 12\pi$ e $V = 8\sqrt{10}\pi$

c) $A = \left(1 + 3\sqrt{10}\right)\pi$ e $V = 14\pi$

d) $A = 14\pi$ e $V = \left(1 + 3\sqrt{10}\right)\pi$

9. Considere os vetores $u = (1, 3, -4)$ e $v = (-2, 2, 7)$ do $\mathbb{R}^3$.

Qual é o valor de m para que o vetor $\eta = (11, 9, m)$ seja a combinação linear de u e v ?

a) -41

b) -1

c) 1

d) 41

10. Considere o operador linear $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, cuja representação matricial na base canônica $A = \{(1,0), (0,1)\}$ do $\mathbb{R}^2$ é dada por $T_A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, e seja a base $B = \{(3, 2), (-1, 1)\}$ outra base do $\mathbb{R}^2$.

Qual é a representação matricial T_B do operador f na base B ?

a) $T_B = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 37 & -28 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$

b) $T_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

c) $T_B = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 29 & 3 \\ -21 & 3 \end{bmatrix}$

d) $T_B = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & -13 \\ 2 & 31 \end{bmatrix}$

11. Seja V o espaço vetorial dos polinômios f de grau menor ou igual a 4, isto é,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{4} f_n x^n$$, onde $f_n \in \mathbb{R}$.

Qual é a dimensão do espaço nulo da transformação linear dada por

$$T : V \to \mathbb{R}^3$$
$$f \mapsto (f(-1), f(0), f(1))$$?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

12. Considere a transformação linear $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, tal que $f(1,2) = (2,1,1)$ e $f(1,-1) = (-1,-2,1)$.

Qual é o vetor $v \in \mathbb{R}^2$ tal que $f(v) = (7,4,3)$?

a) $(-1,7)$
b) $(3,7)$
c) $(7,-1)$
d) $(7,3)$

13. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -0{,}5 & 3 \\ 0{,}5 & -1 \end{bmatrix}$, na qual u_1 e u_2 são os autovetores de A normalizados.

Qual é o valor do módulo do produto interno usual entre esses dois vetores, $|u_1 \cdot u_2|$?

a) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
b) 5
c) $\frac{7\sqrt{2}}{5}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. Qual é o polinômio mínimo da transformação linear representada pela matriz
$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$?

a) $m_A = -\lambda^3 + 5\lambda^2 - 4\lambda$
b) $m_A = -\lambda^3 + 5\lambda^2$
c) $m_A = -\lambda^2 + 5\lambda$
d) $m_A = -\lambda^2 - 4\lambda$

15. Seja A a matriz de ordem 2 que representa a projeção ortogonal sobre o subespaço do $\mathbb{R}^2$ gerado pelo vetor $\left\{\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right\}$.

Qual é a matriz A ?

a) $A = \begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 0\end{bmatrix}$

b) $A = \frac{1}{5}\begin{bmatrix}2 & 1\\4 & 2\end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 0\end{bmatrix}$

d) $A = \frac{1}{5}\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 4\end{bmatrix}$

16. Qual é o intervalo de convergência da série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1-x}\right)^n$?

a) $(0, 2)$

b) $[0, 2]$

c) $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$

d) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

17. Considere as séries $\displaystyle A = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$ e $\displaystyle B = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\, n^2}{n!}$.

Em relação à convergência e à divergência, as séries A e B são

a) ambas convergentes.

b) ambas divergentes.

c) convergente e divergente, respectivamente.

d) divergente e convergente, respectivamente.

18. Qual é a série de Maclaurin da função $f(x) = \ln(1+x)$?

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n!}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{2^n n}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{x^n}{n!}$

19. Seja $f(t)$ uma função 2π-periódica, cuja representação em série de Fourier é dada por

$$f(t) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\operatorname{sen}(nt)}{n}\quad .$$

Qual é o valor da integral definida $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\operatorname{sen}(t)\cos(t)dt$?

a) $-\frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{4}$

20. Seja a equação diferencial $x^2y'' - xy' - 3y = 0$, com as condições de valor inicial $\begin{cases} y(1) = 3 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$.

Qual é o valor de $y(2)$?

a) -9

b) e^2

c) e^{-2}

d) 9

21. Sejam as funções reais $g(x) = 3x - 4$ para todo x real e $(f \circ g)(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ para todo x real e $x \neq -2$.

Qual é a lei da função $f^{-1}(x)$?

a) $f^{-1}(x) = \frac{3x+9}{x+10}$ para todo x real e $x \neq -10$

b) $f^{-1}(x) = \frac{-1-2x}{x-3}$ para todo x real e $x \neq 3$

c) $f^{-1}(x) = \frac{9-10x}{x-3}$ para todo x real e $x \neq 3$

d) $f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x+10}$ para todo x real e $x \neq -10$

22. Considere um cubo cuja diagonal mede D.

Qual é a distância do centro de uma face desse cubo até o centro de uma face adjacente?

a) $\frac{\sqrt{6}}{6}D$

b) $\frac{1}{2}D$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}D$

d) $\frac{\sqrt{3}}{3}D$

23. Sejam $x, y \in \mathbb{R}_+$ e $z = x + yi$ um número complexo.

Se a soma de z com o seu conjugado é igual a 6 vezes a parte imaginária de z, e o produto de z pelo seu conjugado é igual a 90, então a soma $x + y$ é igual a

a) 15
b) 12
c) 10
d) 6

24. Sejam as funções $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3 - 5\sin\left(\frac{2}{5}x\right)$ e $g(x) = 2\cos\left(\frac{2}{5}x\right)$.

Em relação a essas funções, é correto afirmar:

a) Ambas funções têm amplitude igual a $\frac{2}{5}$.
b) São funções periódicas de período 5π.
c) A função $f(x)$ é ímpar, e a função $g(x)$ é par.
d) A derivada de $f(x)$ em relação a x resulta $g(x)$.

25. Qual é o valor de p para que as retas $r: (p + 2)x + 3y - 5 = 0$ e $s: 5x + (p - 1)y + 3 = 0$ sejam perpendiculares?

a) $-\frac{7}{8}$
b) $-\frac{13}{2}$
c) $-\frac{13}{7}$
d) $-\frac{7}{13}$

26. Para dada função real f, qual dos métodos numéricos abaixo tem como objetivo encontrar uma aproximação da raiz real de uma equação da forma $f(x) = 0$?

a) Método de Jacobi.
b) Método de Euler.
c) Método de Gauss-Seidel.
d) Método de Newton-Raphson.

27. Um processo seletivo de uma empresa possui oferta de vagas para os cargos de Auxiliar de Serviços Gerais (A), Motorista de Veículos (M) e Operador de Máquinas (O). Dos 368 candidatos, o número de inscritos nos cargos está apresentado na tabela a seguir:

Cargo	A	M	O	A e M	A e O	M e O	A, M e O
Número de inscritos	157	158	175	42	27	61	8

Selecionando um candidato ao acaso, a probabilidade de ele ter se inscrito em exatamente dois cargos ofertados é de aproximadamente

a) 35,33%
b) 30,98%
c) 28,80%
d) 16,67%

28. Considere a função $f\colon \mathbb{Z}^* \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = (5^{x-4})^{\frac{1}{2}} \cdot (5^{3x+2})^{\frac{1}{x}} - (25^{3x+8})^{\frac{1}{2x}} + 5^2$.

A soma de todos os valores de x para os quais a equação $y^2 + 10y + f(x) = 0$ tem duas raízes iguais é

a) 4
b) 5
c) 6
d) 8

29. "A Quina é uma modalidade de loteria criada em 1994 e realizada pela Caixa Econômica Federal. O princípio básico da Quina é acertar os 5 números distintos sorteados, dentre os 80 presentes no volante, de 01 a 80."

Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Quina_(loteria>) Acesso em:14 jan. 2021.

Quantos são os sorteios possíveis em que os 5 números sorteados começam com a mesma dezena (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7)?

a) 1260
b) 1890
c) 2016
d) 2520

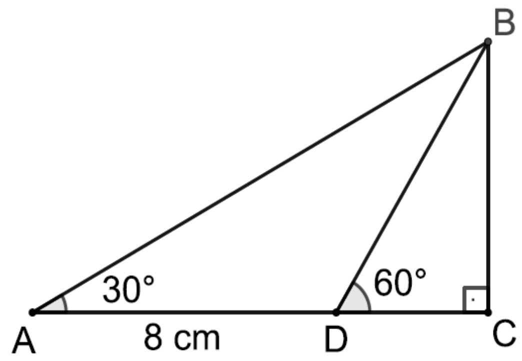
30. A equação da curva polar $r = 4\,\text{sen}(4\theta)$ representa graficamente uma

a) rosácea de quatro pétalas.
b) cardioide.
c) lemniscata.
d) rosácea de oito pétalas.

31. Analise a figura ao lado.

Sabendo que o segmento $\overline{AD}$ mede $8\,cm$, quanto mede a hipotenusa do triângulo ABC?

a) $12\sqrt{3}\,cm.$
b) $8\sqrt{3}\,cm.$
c) $16\sqrt{3}\,cm.$
d) $\frac{32\sqrt{3}}{3}\,cm.$



32. A distância da reta $r: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$ até o plano $\pi: x + 3y + z - 2 = 0$ é igual a

a) $\frac{10\sqrt{11}}{11}\ u.c.$
b) $\frac{4\sqrt{6}}{3}\ u.c.$
c) $\frac{8\sqrt{11}}{11}\ u.c.$
d) $\frac{5\sqrt{14}}{7}\ u.c.$

33. A excentricidade da hipérbole de equação $x^2 - 4y^2 - 6x - 16y - 43 = 0$ tem valor igual a

a) $\sqrt{5}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

34. Considere o sólido definido acima do plano xy, fora do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e dentro da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. O volume desse sólido pode ser calculado através da integral tripla em coordenadas esféricas.

Qual das expressões abaixo possibilita esse cálculo?

a) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 \rho^2 \operatorname{sen}(\phi)\ d\rho\ d\phi\ d\theta$
b) $\int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^2 1\ d\rho\ d\phi\ d\theta$
c) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 1\ d\rho\ d\phi\ d\theta$
d) $\int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^2 \rho^2 \operatorname{sen}(\phi)\ d\rho\ d\phi\ d\theta$

35. Considere duas urnas. A urna A contém 3 bolas vermelhas e 5 bolas azuis, e a urna B contém 5 bolas vermelhas e 4 bolas azuis. Uma bola é retirada da urna A e colocada sem ser vista na urna B. Em seguida, retira-se aleatoriamente uma bola da urna B.

Qual é a probabilidade dessa última bola retirada ser azul?

a) 47,5%
b) 46,25%
c) 42,25%
d) 40,5%

36. A transformada de Laplace da função $f(t) = \int_0^t \delta(\tau - 2) \cdot (t - \tau)e^{-3(t-\tau)}\, d\tau$, onde $\delta(\tau - 2)$ corresponde a um impulso unitário em $\tau = 2$, é dada por

a) $F(s) = \frac{1}{s^2(s+3)^2}$
b) $F(s) = \frac{e^{2s}}{(s-3)^2}$
c) $F(s) = \frac{e^{-2s}}{(s+3)^2}$
d) $F(s) = \frac{1}{s^2(s-3)^2}$

37. Seja o campo vetorial $\vec{F}(x,y) = xy\,\vec{\imath} + 2x\,\vec{\jmath}$ e a curva orientada $C: \vec{r}(t) = t\,\vec{\imath} + t^2\,\vec{\jmath}$ $(-2 \le t \le 1)$, então o valor da integral de linha de $\vec{F}$ ao longo da curva C é igual a

a) $\frac{33}{4}$

b) $-\frac{9}{10}$

c) $\frac{157}{12}$

d) $-\frac{137}{10}$

38. O resultado do cálculo da integral complexa $\oint_C \frac{3z+5}{z^2+1}\,dz$ onde C é a circunferência $|z+2i| = 2$ é dado por

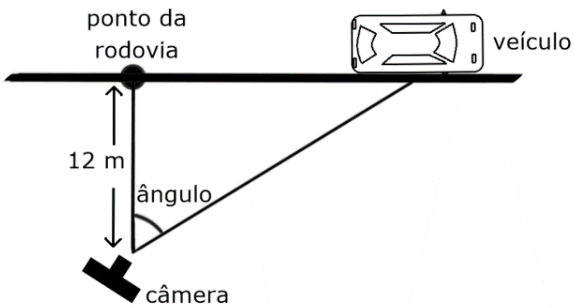
a) $6\pi i$

b) $\pi(3i+5)$

c) $\frac{3}{2}\ln|z^2+1| + 5\arctan(z)$

d) $\pi(3i-5)$

39. Uma câmera de monitoramento está a $12\,m$ de uma rodovia que segue em linha reta por um longo trecho. A câmera focaliza um veículo em fuga, como mostra a figura ao lado.



Se o veículo estiver a uma velocidade de $30\,m/s$, quando estiver a $16\,m$ do ponto da rodovia mais próximo da câmera, quão rápido deve variar o ângulo da câmera naquele instante para que ela se mantenha apontada para o veículo?

a) $\frac{9}{10}\,rad/s$

b) $\frac{5}{2}\,rad/s$

c) $\frac{3}{2}\,rad/s$

d) $\frac{5}{3}\,rad/s$

40. Considere a função de duas variáveis $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 3xy + y - 5$.

Em relação a essa função, é correto afirmar que

a) a função tem um mínimo relativo no ponto $(3,4)$.

b) a taxa de variação máxima da função no ponto $(1,2)$ é igual a $\sqrt{2}$.

c) a derivada direcional de $f(x,y)$ no ponto $(1,2)$ na direção e sentido do vetor $\vec{v} = 3\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}$ é igual a $\frac{2}{5}$.

d) a função possui dois pontos críticos.

RASCUNHO

RASCUNHO